

GARA DI MATEMATICA ON-LINE (30/03/2026)

Soluzioni

1. PER DIPINGERE UNA PARETE GRANDE... [2025]

Salvatore arriva alle 10:20 ma poi andrà via alle 12:00 e lavora per 1 h 40 min.

Carlo arriva alle 10:35 e sta fino alle 13:10 lavorando per 2 h 35 min.

Chiara e Marzia arrivano alle 11:40 e stanno fino alla fine lavorando ciascuna per 1 h 30 min.

Se Enrico avesse dovuto fare da solo avrebbe dovuto lavorare altre
 $1 \text{ h } 40 \text{ min} + 2 \text{ h } 35 \text{ min} + 3 \text{ h} = 7 \text{ h } 15 \text{ min}$ finendo alle 20:25.

2. QUESTIONI DI ANGOLI [132]

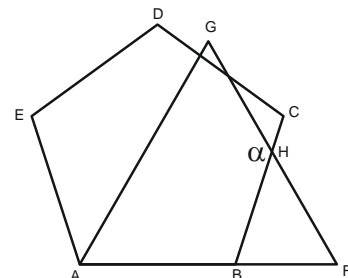
Riferendoci alle lettere in figura, osserviamo che:

$\hat{A}BC = 108^\circ$ angolo interno di un pentagono regolare;

$\hat{A}FC = 60^\circ$ angolo interno di un triangolo equilatero.

Sfruttiamo il triangolo BHF dove l'angolo $\alpha = \hat{B}HG = \hat{H}BF + \hat{H}FB$ in quanto angolo esterno del triangolo.

Possiamo calcolare $\alpha = \hat{H}BF + \hat{H}FB = 180^\circ - 108^\circ + 60^\circ = 132^\circ$



3. DUE NUMERI [161]

Il rapporto tra i due numeri è $0,15 = \frac{3}{20}$. Siccome 7 è il massimo comun divisore, i due numeri sono

$a = 3 \cdot 7 = 21$ e $a = 20 \cdot 7 = 140$. La loro somma vale $a + b = 161$.

4. LE POTENZE [48]

Cerchiamo la soluzione di $2^{25} < x^5 < 3^{20}$ che, eseguendo la radice quinta diventa $2^5 < x < 3^4$ cioè $32 < x < 81$ non valendo l'uguaglianza, i numeri sono tutti quelli tra 33 e 80 compresi, che sono 48.

5. DAL PIÙ GRANDE AL PIÙ PICCOLO [36]

La cifra "9" deve superare tutte le altre: Sono necessarie 8 operazioni;

ora la cifra "8" deve superare tutte le altre: Sono necessarie 7 operazioni;

...

Procedendo in questo modo le operazioni saranno $8 + 7 + 6 + \dots + 1 = \frac{8 \cdot 9}{2} = 36$.

6 L'INCONTRO NEL BOSCO [121]

Anna è certamente furfante, visto che la frase non può essere detta da un cavaliere.

Se Beatrice fosse un furfante, lo dovrebbe essere anche Carlo... cosa che non può essere vera in quanto la frase di Anna deve essere falsa. Beatrice è un cavaliere e di conseguenza Carlo un furfante.

La risposta richiesta è 121.

7. MAGGIORI INCASSI [363]

Se l'anno scorso Paolo ha venduto x biglietti al prezzo p ha incassato $xp = 300$ €.

Quest'anno ha incassato $\frac{110}{100}x \cdot \frac{110}{100}p = \frac{121}{100}xp = \frac{121}{100} \cdot 300$ € = 363 €.

8. NUMERI CONSECUTIVI [45]

Si tratta di risolvere l'equazione $(x-2)^2 + x^2 + (x+2)^2 = 1111a$ con a intero positivo minore di 10 e x numero naturale dispari.

Svolgendo i calcoli otteniamo $3x^2 + 8 = 1111a$ che possiamo scrivere $x^2 = \frac{1111a-8}{3}$. Gli unici valori che

fanno venire la frazione intera sono $a=2$, $a=5$ o $a=8$, ma solo $a=5$ permette di ottenere $x^2 = 1849$ e cioè $x=43$.

La soluzione richiesta è $x+2=45$.

9. RADICI QUADRATE [6561]

Se $\sqrt{n} = x^2$ e $\sqrt{\sqrt{n}} = y^2$, allora $\sqrt{\sqrt{n}} = y^2$ $n = y^4$. Dovendo essere dispari e minore di 10.000, l'unico valore possibile è $n = 3^4 = 6561$.

10. LE PALLINE DA PING-PONG [1100]

In 6 ore il ragazzo ha tolto 480 palline. Impostiamo una proporzione:

$6 \text{ h} : 480 = x : 2000$ che risolta ci permette di trovare $x = 25 \text{ h}$. Finirà alle 11:00 del giorno dopo.

11. LA BOTTIGLIETTA [5]

Nella bottiglia vi sono $\frac{3}{4} \cdot \frac{1}{3} l = \frac{1}{4} l = 25 \text{ cl}$. Versandone 20 centilitri ne resteranno 5 centilitri.

12 QUANTO VALE? [3]

$$\frac{1001+1003+1005+\dots+1999}{1+3+5+\dots+999} = \frac{1000^2 - 500^2}{500^2} = \frac{1500 \cdot 500}{500 \cdot 500} = 3.$$

Dove per risolvere le somme abbiamo sfruttato il fatto che la somma dei primi n numeri dispari vale n^2

13 DUE SOMME UGUALI [162]

La soluzione è:

$$103 + \boxed{5} \boxed{9} = \boxed{7} \boxed{2} + \boxed{8} \boxed{6} + 4 = 162, \text{ oppure}$$

$$103 + \boxed{5} \boxed{9} = \boxed{8} \boxed{2} + \boxed{7} \boxed{6} + 4 = 162$$

14 UN ROMBO [100]

Se $D = \frac{24}{7}d$ e $D+d=62 \text{ cm}$ allora $D=48 \text{ cm}$ e $d=14 \text{ cm}$.

Il lato del rombo misura $l = \sqrt{\left(\frac{48}{2}\right)^2 + \left(\frac{14}{2}\right)^2} = 25 \text{ cm}$ e il suo perimetro $2p = 100 \text{ cm}$.

15 I.M.C. A CONFRONTO [200]

Detta a l'altezza di Renato, a verifica l'equazione $\frac{81}{a^2} = 25$ da cui possiamo calcolare $a^2 = \frac{81}{25}$ cioè

$$a = \frac{9}{5} \text{ m} = 180 \text{ cm}.$$

Detta b l'altezza di Mauro, b verifica l'equazione $\frac{80}{b^2} = 20$ da cui possiamo calcolare $b^2 = 4$ cioè

$$b = 2 \text{ m} = 200 \text{ cm}.$$

La loro differenza è di 20 cm.

16 TUTTI DIVERSI [33]

Osserviamo che se facciamo la differenza tra le due equazioni assegnate, otteniamo $a - 2b + c = 0$, cioè $a + c = 2b$. Se prendiamo la prima equazione, possiamo riscriverla $n = 5(a + c) + 3b = 13b$. Per le limitazioni su n , otteniamo $b = 11$ e quindi $a + b + c = 3b = 33$.

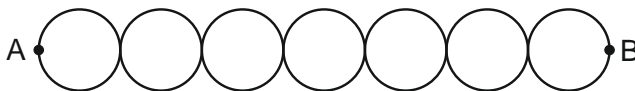
17 POTENZE DEL 7!!! [2401]

Moltiplichiamo tra loro le due equazioni:

$$x^3 \cdot y^3 \cdot z^3 = 7^{12} \text{ da cui, estraendo la radice terza abbiamo } x \cdot y \cdot z = 7^4 = 2401.$$

18 A SPASSO SUI CERCHI [128]

Sia alla partenza che ad ogni snodo, abbiamo 2 scelte fino a raggiungere B. Poi il percorso di rientro è obbligato. In totale abbiamo $2^7 = 128$ possibili percorsi.

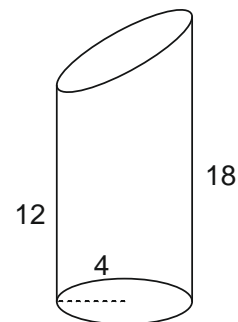


19 UN CILINDRO A PEZZI [753]

Immaginiamo di prendere due di questi pezzi e di comporli a formare un cilindro.

Il volume di quest'ultimo sarà $V = \pi 4^2 \cdot 30 = 480\pi \text{ cm}^2$.

Il volume del solido richiesto è quindi la metà e cioè $\frac{1}{2}V = 240\pi \text{ cm}^3 \cong 753,6 \text{ cm}^3$



20 UN TRIANGOLO A PEZZI [50]

Tracciando il segmento CX otteniamo che l'area di $A_{CXE} = 45 \text{ cm}^2$ e di conseguenza l'area di $A_{AXE} = 30 \text{ cm}^2$ sfruttando la proporzione tra le basi, visto che i due triangoli hanno la stessa altezza.

Ora il triangolo $A_{CBE} = 120 \text{ cm}^2$ e per lo stesso motivo di cui sopra, $A_{ABE} = 80 \text{ cm}^2$.

L'area cercata misura $A_{XAB} = 80 - 30 = 50 \text{ cm}^2$.

